

5. BARISAN DAN DERET

Materi Pertemuan 15, minggu keempat, februari 2021,

Guru Pengampu : Afrizal, S.Pd, M.PMat

5.3 Barisan dan Deret Geometri

Untuk memahami barisan dan deret geometri, kita lihat kembali paradoks zeno,

Kura-kura berlomba lari dengan Achilles, dimana kecepatan Achilles dua kali lebih cepat dari kura-kura. Misalkan kura-kura mulai berlari lebih duluan, beberapa saat kemudian barulah Achilles mulai berlari. Apakah Achilles dapat menyusul atau mendahului kura-kura?.

Pada saat kura-kura menempuh $\frac{1}{2}$ suatu jarak tertentu, Achilles baru mulai berlari. Pada kura-kura maju $\frac{1}{4}$ jarak tersebut, Achilles baru menempuh $\frac{1}{2}$ jarak tersebut. Pada kura-kura maju $\frac{1}{8}$ lagi, Achilles maju hanya $\frac{1}{4}$ jarak tersebut, begitu seterusnya, jadi Achilles tidak pernah mendahului kura-kura.

Untuk mengatasi masalah ini, maka perlu dibuat

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1.$$

Dengan mengikuti ini dapat kita buat

$$2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2 + 1 + 1 = 4.$$

Deret ,

$$2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$$

Deret ini sering disebut dengan deret geometri, dengan suku awal adalah 2 dan pengali tetap atau sering disebut rasio adalah $\frac{1}{2}$.

Deret di atas dapat kita buat menjadi

$$\begin{aligned} & 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} + \dots \\ & 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \dots \\ & 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}^2 + \dots \\ & 2 + 2 \cdot \frac{1}{2}^{2-1} + 2 \cdot \frac{1}{2}^{3-1} + \dots + 2 \cdot \frac{1}{2}^{n-1}. \end{aligned}$$

Kemudian jika

$$\begin{aligned} & 2 + 2 \cdot \frac{1}{2}^{2-1} + 2 \cdot \frac{1}{2}^{3-1} + \dots + 2 \cdot \frac{1}{2}^{n-1} = s, \dots 1). \\ & 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}^{2-1} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}^{3-1} \cdot \frac{1}{2} + \dots + 2 \cdot \frac{1}{2}^{n-1} \cdot \frac{1}{2} = s \cdot \frac{1}{2}, \dots 2). \end{aligned}$$

1) - 2)

$$\begin{aligned} & 2 - 2 \cdot \frac{1}{2}^{n-1} \cdot \frac{1}{2} = s - s \cdot \frac{1}{2} \\ & 2 \left(1 - \frac{1}{2}^{n-1} \cdot \frac{1}{2} \right) = s \left(1 - \frac{1}{2} \right) \\ & 2 \left(1 - \frac{1}{2}^n \right) = s \left(1 - \frac{1}{2} \right) \\ & s = \frac{2 \left(1 - \frac{1}{2}^n \right)}{1 - \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Dapat duga simpulan kita

$$\begin{aligned} u_n &= ar^{n-1} \\ s_n &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \end{aligned}$$

Selanjutnya apabila $n \rightarrow \infty$ dan $|r| < 1$, kita menduga bahwa $r^n = 0$, sehingga

$$s_{\infty} = \frac{a(1 - 0)}{1 - r}$$
$$s_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

Latihan Pertemuan 15

Selesaikan latihan dibawah ini pada buku latihan tulis nama dan kelas di atasnya, di foto dan di kirim kan ke wa guru pengampu sebelum pertemuan minggu berikutnya.

- 1.