

5. BARISAN DAN DERET

Materi Pertemuan 10, minggu pertama, Februari 2021,

Guru Pengampu : Afrizal, S.Pd, M.PMat

5.1 Pendahuluan

Berbagai keteraturan di alam ini, diantara keteraturan tersebut biasanya disampaikan dengan pola-pola tertentu dan pola tersebut bisa diungkapkan dengan barisan atau deret bilangan. Sebelumnya sudah kita buktikan dari aturan pola deret suatu barisan dengan induksi matematika. Berikut akan kita khususkan pola dari barisan dan deret aritmetika dan geometri.

5.2 Barisan dan Deret Aritmetika

Bisakah anda menjumlahkan

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$$

Kard Fredrich Gaus matematikawan Jerman yang hidup 1777-1855 pada masa muda dia dengan cepat memberi jawaban 5050.

Berikut kita perhatikan penjumlahan deret aritmetika 10 suku pertama

$$25 + 28 + 31 + \dots$$

Kita buat

$$25 + 28 + 31 + \dots + 52 = S, \dots 1)$$

dan

$$52 + 49 + 46 + \dots + 31 + 28 + 25 = S, \dots 2)$$

Kita jumlahkan 1) dan 2)

$$(25 + 52) + (28 + 49) + \dots + (52 + 25) = 2S$$

$$2S = 77 + 77 + \dots + 77$$

$$2S = 77 \cdot 10$$

$$S = \frac{77 \cdot 10}{2} = 77 \cdot 5 = 385$$

Berikut kita perhatikan kembali deret aritmetika

$$25 + 28 + 31 + \dots$$

dengan suku pertamanya 25, dan suku berikutnya ditambah dengan 3, begitu seterusnya. Sehingga kita bisa membuat deret tersebut menjadi

$$25 + (25 + 3) + (25 + 3 + 3) + \dots$$

$$25 + (25 + 3) + (25 + 2 \cdot 3) + \dots$$

$$25 + \{25 + (2 - 1) \cdot 3\} + \{25 + (3 - 1) \cdot 3\} + \dots$$

$$25 + \{25 + (2 - 1) \cdot 3\} + \{25 + (3 - 1) \cdot 3\} + \dots + \{25 + (n - 1) \cdot 3\}$$

Kemudian bisa kita buat ini dengan persamaan 1), dan persamaan 2),

$$25 + \{25 + (2 - 1) \cdot 3\} + \{25 + (3 - 1) \cdot 3\} + \dots + \{25 + (n - 2) \cdot 3\} + \{25 + (n - 1) \cdot 3\} = S, \dots 1)$$

$$\{25 + (n - 1) \cdot 3\} + \{25 + (n - 2) \cdot 3\} + \dots + \{25 + (3 - 1) \cdot 3\} + \{25 + (2 - 1) \cdot 3\} + 25 = S, \dots 2)$$

ini ekuivalen dengan

$$25 + (25 + 3) + \dots + (25 + 3n - 6) + \{25 + (n - 1) \cdot 3\} = S, \dots 1)$$

$$\{25 + (n - 1) \cdot 3\} + (25 + 3n - 6) + \dots + (25 + 3) + 25 = S, \dots 2)$$

Persamaan 1) ditambah 2) menghasilkan

$$25 + \{25 + (n - 1).3\} + (25 + 3) + (25 + 3n - 6) + \dots + (25 + 3n - 6) + (25 + 3) + \{25 + (n - 1).3\} + 25 = 2S$$

$$\{2.25 + (n - 1).3\} + (2.25 + 3n - 3) + \dots + (2.25 + 3n - 3) + \{2.25 + (n - 1).3\} = 2S$$

$$2S = \{2.25 + (n - 1).3\} + \{2.25 + (n - 1).3\} + \dots + \{2.25 + (n - 1).3\} + \{2.25 + (n - 1).3\}$$

$$2S = n.\{2.25 + (n - 1).3\}$$

$$S = \frac{n}{2}\{2.25 + (n - 1).3\}$$

Dapat di duga simpulan kita bahwa

$$u_n = a + (n - 1)b,$$

$$s_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}$$

Contoh 1.5

Tentukan jumlah deret aritmetika berikut

$$25 + 28 + 31 + \dots + 64.$$

Penyelesaian

Diketahui :

$$a = 25, b = u_2 - u_1 = 28 - 25 = 3, \text{ dan } u_n = 64.$$

$$u_n = a + (n - 1)b$$

$$64 = 25 + (n - 1).3$$

$$64 = 25 + 3n - 3$$

$$64 = 22 + 3n$$

$$64 - 22 = 3n$$

$$42 = 3n$$

$$3n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14$$

$$s_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}$$

$$s_{14} = \frac{14}{2}\{2.25 + (14 - 1).3\}$$

$$= 7.(50 + 13.3)$$

$$= 7.(50 + 39)$$

$$= 7.89$$

$$= 623$$

Contoh 2.5

Diketahui sebuah barisan aritmatika suku ketiga barisan tersebut adalah 31 dan suku ke lima nya adalah 37. Jika suku terakhir barisan tersebut 64, tentukan jumlah semua barisan tersebut.

Penyelesaian

Dketahui, $u_3 = 31$, $u_5 = 37$, dan $u_n = 64$.

$$u_n = a + (n - 1)b$$

$$64 = 25 + (n - 1).3$$

$$64 = 25 + 3n - 3$$

$$64 = 22 + 3n$$

$$64 - 22 = 3n$$

$$42 = 3n$$

$$3n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14$$

$$u_n = a + (n - 1)b$$

$$u_3 = a + (3 - 1)b$$

$$31 = a + 2b \dots 1)$$

$$u_5 = a + (5 - 1)b$$

$$37 = a + 4b \dots 2)$$

dari 1) dan 2) dengan eliminasi didapat $a = 25$ dan $b = 3$, sehingga

$$s_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)b\}$$

$$s_{14} = \frac{14}{2} \{2 \cdot 25 + (14 - 1) \cdot 3\}$$

$$= 7 \cdot (50 + 13 \cdot 3)$$

$$= 7 \cdot (50 + 39)$$

$$= 7 \cdot 89$$

$$= 623$$

Latihan Pertemuan 10

Selesaikan latihan dibawah ini pada buku latihan tulis nama dan kelas di atasnya, di foto dan di kirim kan ke wa guru pengampu sebelum pertemuan minggu berikutnya.

- 1.